

学科 学籍番号 名前

演習問題

演習 1 次の 2 変量データの平均, 分散, 共分散, 相関係数を求め, それらから, 回帰直線を求めよ. さらに, 分散共分散行列の固有値と固有ベクトルを求め, 固有値はすべて正であること, 固有ベクトルは互いに直交していることを確かめよ.

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x_i	4	2	1	4	-9	-8	-4	4	6	-3	-1	-8
y_i	-2	5	-9	4	-3	-7	-9	8	5	-1	-7	-8

意見・感想を書いてください.

学科 学籍番号 名前

演習問題

演習 2 15 個体について，説明変数 x_1, x_2, x_3 の平均が $\bar{x}_1 = 2, \bar{x}_2 = 3, \bar{x}_3 = -1$ で目的変数 y の平均が $\bar{y} = 6$ ，説明変数の標本分散共分散行列 S と説明変数と目的変数の共分散 s ，目的変数の分散 s_{yy} が下のように与えられている時，回帰式を最小 2 乗法により推定せよ．また，誤差分散の推定量，寄与率，自由度調整済み寄与率を求めよ．

$$S = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 1 \\ 4 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad s = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad s_{yy} = 5$$

検定統計量 W の値を求め，回帰係数 a_1, a_2, a_3 に関する

$$\begin{cases} H_0 : a_1 = a_2 = a_3 = 0 \\ H_1 : H_0 \text{ でない} \end{cases}$$

を検定せよ．ただし，棄却限界値として，自由度 $(3, 11)$ の F 分布の上側 5% 点 3.20 を用いよ．

意見・感想を書いてください.

学科	<input type="text"/>	学籍番号	<input type="text"/>	名前	<input type="text"/>						
----	----------------------	------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------	----	----------------------

演習問題

演習 3 演習 1 の 2 変量データに対して, 第 1 主成分 $z = a_1x + a_2y$ と第 2 主成分 $w = b_1x + b_2y$ を求めよ. また, 第 1 主成分の寄与率を求めよ. さらに, 標準化変量に対する第 1 主成分と第 2 主成分を求め, 第 1 主成分の寄与率を求めよ.

意見・感想を書いてください.

学科 学籍番号 名前

演習問題

演習 4 対称行列 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ b & c \end{bmatrix}$ の固有値を λ_1, λ_2 とし, λ_i に属する固有ベクトルを $\mathbf{p}_i = \begin{bmatrix} p_{1i} \\ p_{2i} \end{bmatrix}$ とする. ただし, $p_{1i}^2 + p_{2i}^2 = 1$ のものだけを考えることにする. このとき, 以下の問いに答えよ. ただし, a, b, c は実数である.

(1) 固有方程式を求め, その解である固有値 λ_1, λ_2 はともに実数であることを示せ.

(2) $\mathbf{q}_i = \begin{bmatrix} a - \lambda_i \\ b \end{bmatrix}$ とすると, \mathbf{p}_i と \mathbf{q}_i が垂直であることを示せ. また, \mathbf{q}_1 と \mathbf{q}_2 が垂直であることを示せ (ヒント: 固有方程式の解と係数の関係).

- (3) 上の結果から, $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ が垂直であることを示せ. さらに, $P = [\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2] = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$ に対して, ${}^t P P = I_2$ (単位行列) であることを示せ. (このことから, ${}^t P = P^{-1}$ がわかる)

(4)

$$A = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}$$

と表せることを示せ.

意見・感想を書いてください.

学科

学籍番号

名前

演習問題

演習 5 $n_1 = 10, n_2 = 12, (\bar{x}_{1.1}, \bar{x}_{1.2}) = (1, 2), (\bar{x}_{2.1}, \bar{x}_{2.2}) = (2, 1)$ で

$$S_1 = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}, \quad S_2 = \frac{1}{12} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

のとき, $z = (3, 3)$ がどちらの集団からのデータであるか, マハラノビスの距離により判別せよ.

意見・感想を書いてください.

学科

学籍番号

名前

演習問題

演習 6

(1) 任意の u_1, u_2 に対して, $2u_1^2 + 2u_1u_2 + 4u_2^2 = [u_1, u_2] \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ を満たす $b_{ij}, i, j = 1, 2$ を求めよ. ただし, $b_{12} = b_{21}$ とする.

(2) 任意の u_1, u_2 に対して, $2u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2 = [u_1, u_2] \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$ を満たす $w_{ij}, i, j = 1, 2$ を求めよ. ただし, $w_{12} = w_{21}$ とする.

(3) $V = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} \\ w_{21} & w_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$ の固有値と固有ベクトルを求めよ.

(4) $\frac{2u_1^2 + 2u_1u_2 + 4u_2^2}{2u_1^2 + 2u_1u_2 + u_2^2}$ を最大にする u_1, u_2 の値と最大値を求めよ.

- (5) $\bar{x}_{1.1} = 2, \bar{x}_{1.2} = 1, \bar{x}_{2.1} = 1, \bar{x}_{2.2} = 2$ の時, $z = (3, 3)$ を $B - W$ 法で判別せよ.
ただし, B は (1) の b_{ij} を成分とする行列, W は (2) の w_{ij} を成分とする行列.

学科 学籍番号 名前

演習問題

演習 7

$$S_k = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^p (x_{kij} - \bar{x}_{k\cdot j})^2, \quad S_{kl} = \sum_{i=1}^{n_k} \sum_{j=1}^p (x_{kij} - \bar{x}_j)^2 + \sum_{i=1}^{n_l} \sum_{j=1}^p (x_{lij} - \bar{x}_j)^2$$

$$\bar{x}_{k\cdot j} = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} x_{kij}, \quad \bar{x}_j = \frac{1}{n_k + n_l} (n_k \bar{x}_{k\cdot j} + n_l \bar{x}_{l\cdot j})$$

のとき,

$$S_{kl} = S_k + S_l + D_{kl}$$

を示せ。ただし、 D_{kl} はワード法におけるクラスター間の距離。

演習 8 下の表のように距離行列が与えられる点 A, B, C,D,E を最短距離法でクラスター分析し, デンドログラムを描け. また, 最長距離法でも同様にクラスター分析し, デンドログラムを描け. それらの結果が違うか確認せよ.

			A	B	C	D	E
			2	6	4	12	12
			8	8	0	3	1
A	2	8	0.0	4.0	8.2	11.2	12.2
B	6	8	4.0	0.0	8.2	7.8	9.2
C	4	0	8.2	8.2	0.0	8.5	8.1
D	12	3	11.2	7.8	8.5	0.0	2.0
E	12	1	12.2	9.2	8.1	2.0	0.0

演習 9 飲み物に対する嗜好調査の結果，飲み物間の距離を測ったら以下の表のようになった．最短距離法でクラスター分析を行え．

		B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	ワイン	7.4	43.6	17.4	21.9	30.3	48.8	34.8	13.6	26.5	18.8
B	ビール		54.0	28.9	29.3	36.0	64.4	49.2	23.3	44.4	40.9
C	緑茶			9.3	8.5	12.8	8.9	12.6	39.9	15.4	39.9
D	紅茶				1.7	6.6	11.0	7.3	12.4	4.8	15.3
E	コーヒー					7.2	12.7	10.1	16.8	8.4	20.4
F	牛乳						7.2	5.0	16.0	7.2	25.6
G	カルピス							2.1	28.7	6.1	27.8
H	オレンジジュース								16.4	2.5	17.1
I	コーラ									12.1	10.4
J	サイダー										9.4
K	ネクター										