クロンバックの α 信頼性係数について（訂正版）

資料提供者：山田伊知郎
コメント者：稲葉太一

0. 元資料（ＳＱＣ部会資料 2000-4-3）との関係

元資料で、クロンバックの α 係数についてコメントしたが、一部勘違いによる誤解があったので、この資料で訂正する。

1. クロンバックの α 係数とは

アンケート調査の分野で、クロンバックの α という信頼性係数がよく用いられている。

これは、複数の項目間の回答の一致性を表わし、質問項目群が整合性を持つかどうかを調べるために用いられている。

2. 今回分かったこと

クロンバックの α 係数は、2 元配置分散分析における F 統計量と、完全に同等であることが分かった。即ち、

3. 詳細な説明

3.1. データ

n 人に、k 項目の質問をする状況を考える。i 番目の人の j 番目の項目の得点を X_{ij} とする。

3.2. クロンバック α 係数の定義

$$\alpha = \frac{k}{k-1}\left(1 - \sum_{j=1}^{k}\frac{S_j^2}{S_Y^2}\right) \tag{3.2.1}$$

ただし、

$$S_Y^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{\ell=1}^{k} S_{j\ell} \tag{3.2.2}$$

$$S_{j\ell} = \sum_{i=1}^{n}(X_{ij} - \overline{X}_{\cdot j})(X_{i\ell} - \overline{X}_{\cdot \ell})/(n-1), \quad S_j^2 = S_{jj} \tag{3.2.3}$$

である。

3.3. 適当な変形

(3.2.2) 式を $(n-1)$ 倍してから、(3.2.3) 式を代入すると

$$(n-1)S_Y^2 = \sum_{j=1}^{k}\sum_{\ell=1}^{k}\sum_{i=1}^{n}(X_{ij} - \overline{X}_{\cdot j})(X_{i\ell} - \overline{X}_{\cdot \ell})$$

となる。ここで、和を取る順番を

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\sum_{\ell=1}^{k}(X_{ij} - \overline{X}_{\cdot j})(X_{i\ell} - \overline{X}_{\cdot \ell})/(n-1)$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}\sum_{\ell=1}^{k}(X_{ij} - \overline{X}_{\cdot j})(X_{i\ell} - \overline{X}_{\cdot \ell})/(n-1) \tag{3.3.2}$$

$$a \tag{3.3.3}$$

と、この信頼性係数は、実は、項目を要因とし、人を繰り返しと考えたときの一元配置分散分析の寄与率と同等であった。

この信頼性係数は、最大が 1 で、最小はいくらでも小さくなる。よって、寄与率の方が使いやすいと（個人的に）判断した。（寄与率は 0 以上 1 以下で、平方和の比率という、極めて直感的な尺度である。）

このような本質的でない言い換えによって、0.7 以上であるのが望ましいとか、0.6 は低すぎるとかを議論しているのは、余り生産的ではないと思った。

ちなみに、0.6 が寄与率でどのくらいになるかは、興味深い。